En el inicio de este tercer año medio, la temática tratada (y evaluada) será la teoría vectorial. En este contexto, cabe destacar que una cantidad vectorial, que en forma simple es una flecha ubicada en un plano cartesiano, corresponde a una magnitud física que posee magnitud (tamaño o valor asociado a la cantidad física estudiada, que lleva una unidad de medida asociada), una dirección vectorial (Angulo de inclinación de la flecha respecto al eje +X de plano cartesiano) y un sentido (cuadrante donde **apunta** el vector, no donde se encuentra ubicada la flecha). Estas cantidades pueden ser sumada o restadas según corresponda, haciendo uso de los métodos gráficos o analíticos.

Antes de continuar, señale a lo menos cinco cantidades vectoriales, señalando en que área de la ciencia son utilizadas, con su respectiva forma de calcular su magnitud

Vector	*área de la ciencia donde es aplicado (mecánica, electromagnetismo, etc.)*	*Ecuación para calcular su magnitud*

Operaciones aritméticas con vectores

Por ser un curso de física en plan común, en esta guía nos focalizaremos en el cálculo de adiciones o sustracciones de vectores. Nótese que la suma vectorial es la operación base de la teoría vectorial, ya que la sustracción se toma como una suma con signo cambiado, de forma que $\vec{A} - \vec{B} = \vec{A} + \left(-\vec{B}\right)$. Un vector con signo negativo significa que solo invierte su sentido y modifica su dirección, sin afectar su magnitud, ya que esta es posible obtenerla aplicando el teorema de Pitágoras, que eleva al cuadrado las componentes, transformando el signo – en un +.

Método grafico de suma vectorial

En el caso de los métodos gráficos se relacionan con el dibujo vectorial (tal como lo hicieron en 1º medio), por lo que es necesario el uso de la regla y del transportador para representar, respectivamente, para la magnitud y la dirección.

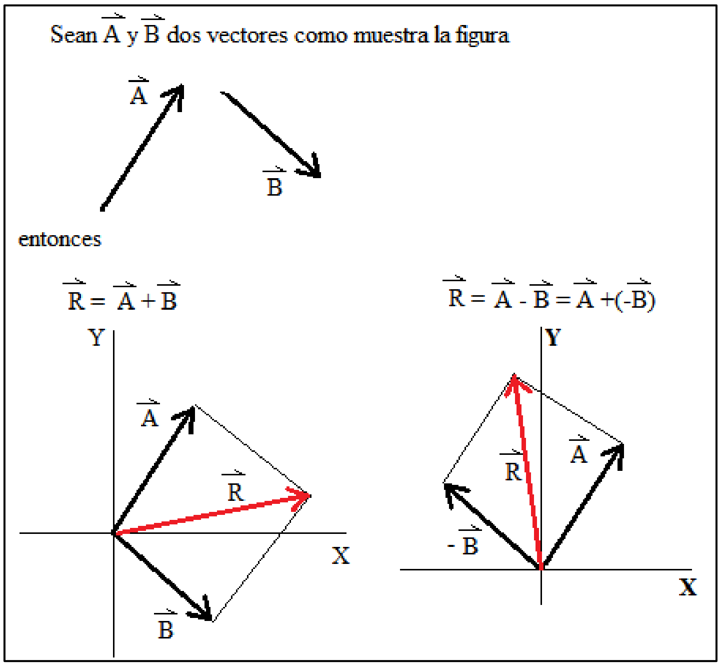
Método del paralelogramo

Permite sumar solo dos vectores de manera sencilla. Consiste en colocar los dos vectores, con su magnitud a escala, dirección y sentido originales, en el origen, de manera que los dos vectores inicien en el mismo punto. Los dos vectores forman dos lados adyacentes del paralelogramo. Los otros lados se construyen trazando líneas paralelas a los vectores opuestos de igual longitud[1].

En otras palabras, se colocan los vectores desde el origen, y se dibujan líneas paralelas a cada vector de donde finaliza el otro sumando. El vector resultante se encuentra

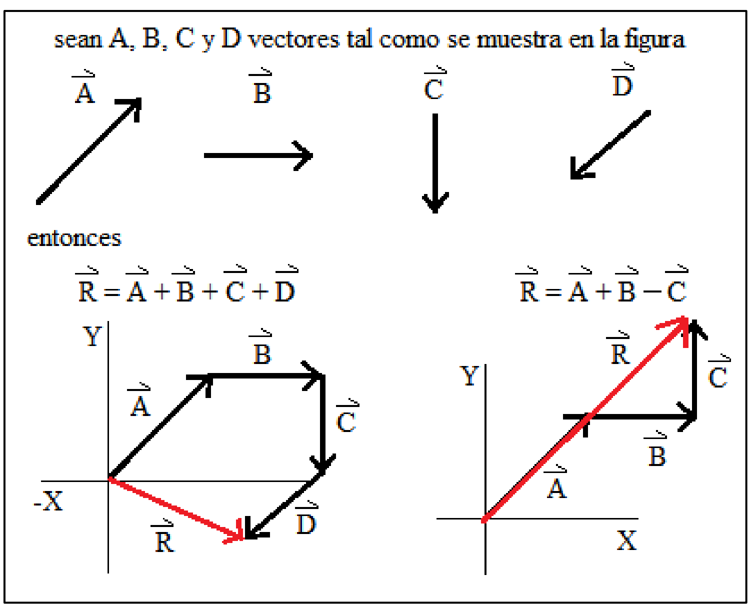
[1] Texto original http://www.aulafacil.com/cursos/l10314/ciencia/fisica/fisica-general-ii/operaciones-con-vectores-por-el-metodo-del-paralelogramo

ubicando el punto de inicio (origen) y finalizando en el punto de unión de las líneas paralelas, tal como muestra la figura.

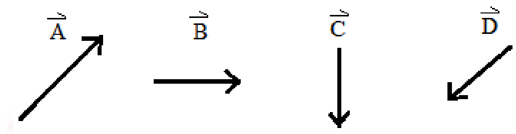


Método de superposición

Corresponde a un método grafico que consisten en colocar en "cadena" todos los vectores, permitiendo sumarlos o restarlos, según corresponda. Este método permite operar con dos o más vectores de forma simultánea. La metodología se muestra a continuación.

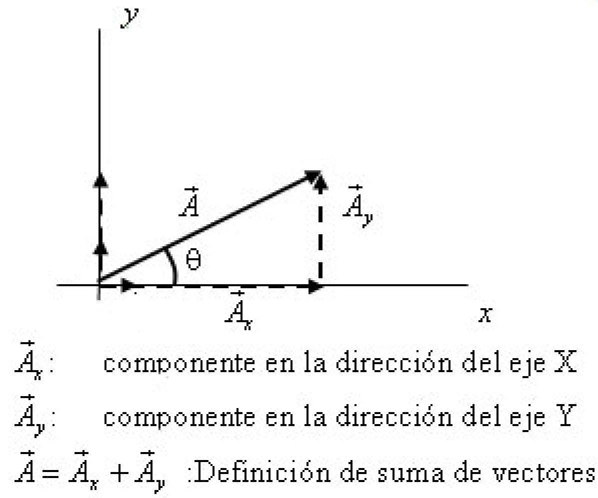


Antes de seguir…
Considere los vectores mostrados en la figura. Determine la resultante en las operaciones señaladas.



$\vec{R} = \vec{A} - \vec{C} + \vec{B}$ Por método de superposición	
$\vec{R} = (\vec{A} - \vec{C}) - \vec{B}$ por método de paralelogramo	
$\vec{R} = \vec{A} - \vec{C} - \vec{B} - \vec{D}$ Por método de superposición	
$\vec{R} = (\vec{A} - \vec{C}) - (\vec{B} - \vec{D})$ Por método de paralelogramo	

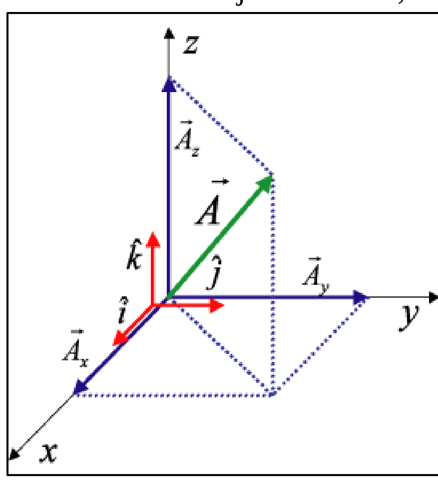
[2]Método Analítico



Este método permite operar con vectores sin dibujarlos, es decir, utilizando el lenguaje vectorial, que es mayoritariamente matemático. Todo vector puede ser descrito en función de sus componentes vectoriales, es decir, sus partes en cada eje, las cuales unidas forman el vector mencionado, tal como muestra la figura adjunta.

En esta situación, cada componente posee un tamaño (numero) y un vector unitario. Un vector unitario corresponde a un vector de modulo igual a uno y que apunta en la misma dirección que la componente vectorial. Este vector permite identificar a que eje corresponde cada componente, debido a que cada vector unitario está relacionado con un eje cartesiano, tal que

Vector unitario	Eje cartesiano
$\hat{\imath}$	X
$\hat{\jmath}$	Y
$\hat{k}$	Z

[3]


En este caso se puede determinar que

$$\vec{A} = A_x\hat{\imath} + A_y\hat{\jmath} + A_z\hat{k}$$

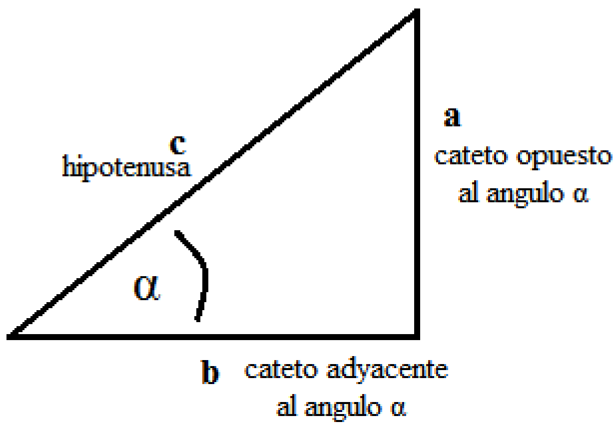
¿Cómo se calcula una componente vectorial?

Una componente vectorial, debido a condición matemática, es posible calcularla haciendo uso de la trigonometría presente en el vector. Todo vector puede ser considerado como un triángulo rectángulo, por lo que se cumple la presencia de funciones trigonométricas, que son relaciones (divisiones) que ligan los catetos y la hipotenusa del triángulo. En este curso ocuparemos las 3 principales, la función seno del ángulo, el coseno del ángulo y la tangente del ángulo, abreviadas como $\sin\alpha$, $\cos\alpha$ y $\tan\alpha$. En forma simple, una función trigonométrica corresponde a un valor numérico, entre 0 y 1, que se relaciona con un ángulo determinado. Por ejemplo, el seno de 30º es 0,5. El coseno de 60º es 0,5. El seno de 37º es 0,601815023 y la tangente de 45º es 1.

---

[2] Imagen original https://tecdigital.tec.ac.cr/revista-fisica/Archivo/N8/Materiales/Esc-Vec/teoria/vector2.htm

[3] Imagen original http://agora.ucv.cl/docs/64/libro1/vector4.htm

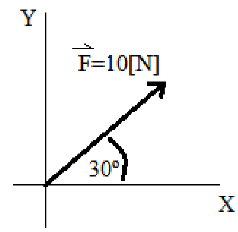


$$sen\ \alpha = \frac{cateto\ opuesto}{hipotenusa} = \frac{a}{c}$$

$$\cos\alpha = \frac{cateto\ adyacente}{hipotenusa} = \frac{b}{c}$$

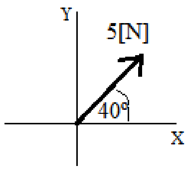
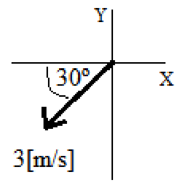
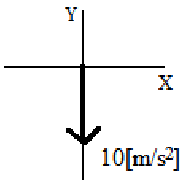
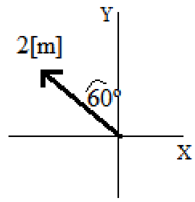
$$\tan\alpha = \frac{cateto\ opuesto}{cateto\ adyacente} = \frac{a}{b}$$

Antes de seguir…
Se tiene un vector fuerza (triangulo rectángulo) de magnitud 10[N](hipotenusa). Su dirección es de 30º (ángulo), tal como muestra la figura. En esta situación, y haciendo uso de las funciones trigonométricas, determine:



El valor de la componente F_x	
El valor de la componente F_y	
La expresión para $\vec{F} = F_x\hat{\imath} + F_y\hat{\jmath}$	

Al lograr expresar las componentes en función de una función trigonométrica, es posible determinar la expresión de un vector en términos matemáticos y poder trabajarlos en las operatorias aritméticas. Este proceso se conoce como descomposición vectorial. Algunos ejemplos de descomposiciones se muestran a continuación.

	$\vec{F} = +5\cos 40\hat{\imath} + 5sen40\hat{\jmath}$		$\vec{V} = -3\cos 30\hat{\imath} - 3sen30\hat{\jmath}$
	$\vec{g} = 0\hat{\imath} - 10\hat{\jmath}$		$\vec{X} = -2\,\mathrm{sen}\,60\hat{\imath} + 2cos60\hat{\jmath}$

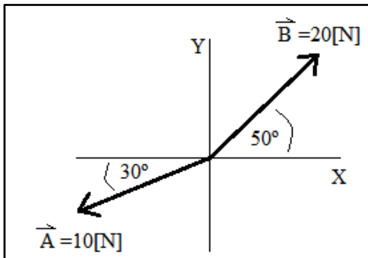
<u>Operatoria aritmética con vectores en notación analítica</u>

A pesar de la complejidad de la descomposición vectorial, superado ese obstáculo la notación es bastante simple: la resultante de dos vectores descompuestos tal que $\vec{A} = A_x\hat{\imath} + A_y\hat{\jmath}$ y $\vec{B} = B_x\hat{\imath} + B_y\hat{\jmath}$ se obtiene sumando (o restando) cada componente con su par, es decir, sumar $\hat{\imath}$ con $\hat{\imath}$, $\hat{\jmath}$ con $\hat{\jmath}$ y $\hat{k}$ con $\hat{k}$, de forma que

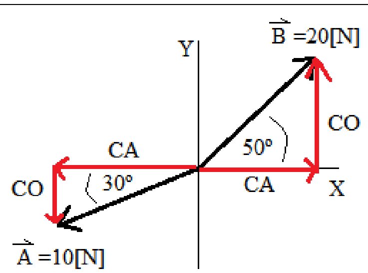
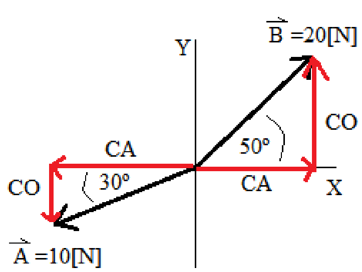
$$\vec{R} = \vec{A} + \vec{B} = (A_x\hat{\imath} + A_y\hat{\jmath}) + (B_x\hat{\imath} + B_y\hat{\jmath}) = (A_x + B_x)\hat{\imath} + (A_y + B_y)\hat{\jmath}$$

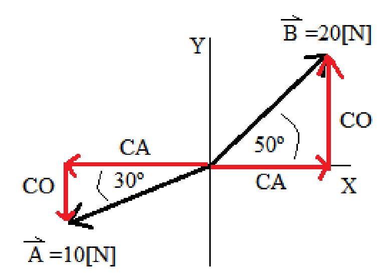
Ejercicio ejemplo

Se tienen dos vectores fuerza, que actúan simultáneamente sobre un punto, tal como muestra la figura. Determine la magnitud, dirección y sentido de la resultante.



Desarrollo:

	Primero, se deben identificar las componentes vectoriales de cada vector. Esto permite dar una idea de los signos de cada componente y además permite identificar el cateto opuesto y adyacente.
	Segundo, aplicando las funciones trigonométrica, se conforma la notación analítica de cada vector, de forma que $\vec{A} = -10\cos 30\hat{\imath} - 10sen30\hat{\jmath} = -8{,}66\hat{\imath} - 5{,}00\hat{\jmath}$ $\vec{B} = +20cos50\hat{\imath} + 20sen50\hat{\jmath} = +12{,}86\hat{\imath} + 15{,}32\hat{\jmath}$ Nótese que se colocan con dos decimales los resultados para minimizar los efectos de los decimales que se truncan.

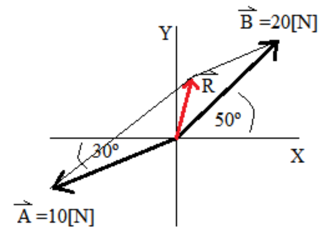
<table>
<tr>
<td>


</td>
<td>
Tercero, se suman las componentes vectoriales de forma de $\hat{\imath}$ con $\hat{\imath}$, $\hat{\jmath}$ con $\hat{\jmath}$, quedando la expresión para la resultante de la siguiente forma

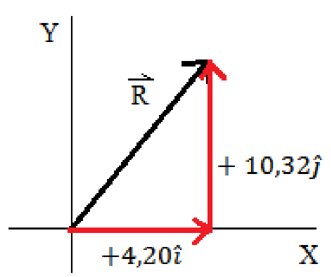
$\vec{R} = \vec{A} + \vec{B}$

$\vec{R} = (-8{,}66\hat{\imath} - 5{,}00\hat{\jmath}) + (12{,}86\hat{\imath} + 15{,}32\hat{\jmath})$

$\vec{R} = (-8{,}66 + 12{,}86)\hat{\imath} + (-5{,}00 + 15{,}32)\hat{\jmath}$

$\vec{R} = +4{,}20\hat{\imath} + 10{,}32\hat{\jmath}$
</td>
</tr>
<tr>
<td>


</td>
<td>
Cuando ya se tiene la expresión para la resultante, es simple determinar su sentido, ya que por los signos de sus componentes (ambas positivas) se encuentra en el primer cuadrante.

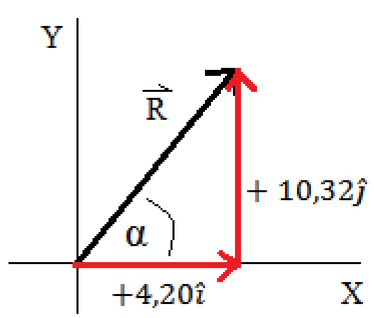
Sentido: primer cuadrante
</td>
</tr>
<tr>
<td>


</td>
<td>
Para el cálculo de la magnitud, se emplea el teorema de Pitágoras, ya que las componentes son, en definitiva, los catetos de un triángulo rectángulo. De modo que

$\vec{R} = +4{,}20\hat{\imath} + 10{,}32\hat{\jmath} \therefore |\vec{R}| = \sqrt{(4{,}20)^2 + (10{,}32)^2}$

$|\vec{R}| = 11{,}14[N]$

Cabe destacar que, en ningún caso, puede existir una resta dentro de la raíz, ya que ambos números están elevados al cuadrado. Además, la magnitud mantiene las unidades originales. Nótese que $\hat{\imath}^2 = 1, \hat{\jmath}^2 = 1, \hat{k}^2 = 1$

Magnitud: 11,14[N]
</td>
</tr>
<tr>
<td>


</td>
<td>
Para determinar la dirección del vector, se hace uso de las funciones trigonométricas inversas estudiadas en clases. Se sabe que $sen\ \alpha = \frac{CO}{hip}$, que en este caso corresponde a $sen\alpha = \frac{10{,}32}{11{,}14} = 0{,}926391382$. Recuerde que entre más decimales, más exacto será su resultado. Siempre coloque a lo menos 5 decimales.

Teniendo esto, se aplica la función inversa del seno del ángulo o arco seno (en la calculadora shift+sin) al número obtenido de la división, de forma

$sen\alpha = 0{,}926391382\ / \times arcsen$

$\alpha = arcsen(0{,}926391382\ )$

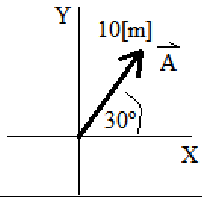
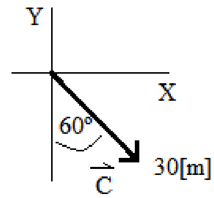
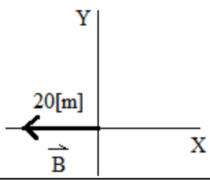
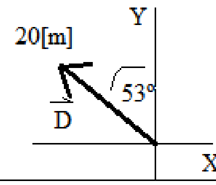
$\alpha = 67{,}879°$

Nótese que el dibujo de la ubicación del ángulo es fundamental para calcularlo. Además, se recuerda que el ángulo siempre es medido respecto a +X.

Dirección: 67,879º respecto a +X
</td>
</tr>
</table>

A continuación, se presentan actividades para reforzar esta guía de estudio.

1) Determine la notación analítica de los siguientes vectores

2) Determine la resultante, de forma gráfica y atendiendo a la forma, las siguientes operaciones vectoriales

$\vec{R} = \vec{B} - \vec{D}$	Paralelogramo	
$\vec{R} = \vec{A} + \vec{B} - \vec{C} + \vec{D}$	Superposición	
$\vec{R} = (\vec{A} + \vec{B}) - \vec{C}$	Paralelogramo	

3) Determine la resultante (magnitud, dirección y sentido), en las siguientes operaciones
   a. $\vec{R} = \vec{A} + \vec{B} + \vec{C} + \vec{D}$
   b. $\vec{R} = \vec{A} - \vec{B} + \vec{C}$
   c. $\vec{R} = \vec{B} - \vec{C} + \vec{D}$
4) Dos cachorros caninos juegan con un trapo viejo en el patio de una casa. El primero de ellos tira el trapo con una fuerza de 10[N] en un ángulo de 150º. El segundo cachorro tira el trapo con una fuerza de 8[N] en un ángulo de -40º. En esta situación, determine:
   a. El diagrama vectorial (dibujo) de la situación planteada
   b. La notación analítica de cada vector fuerza
   c. La magnitud, dirección y sentido de la resultante.