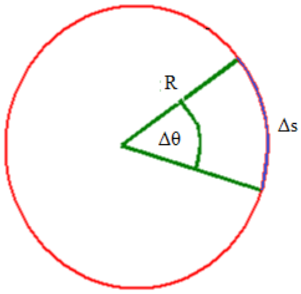
Movimiento Circular Uniforme (MCU)

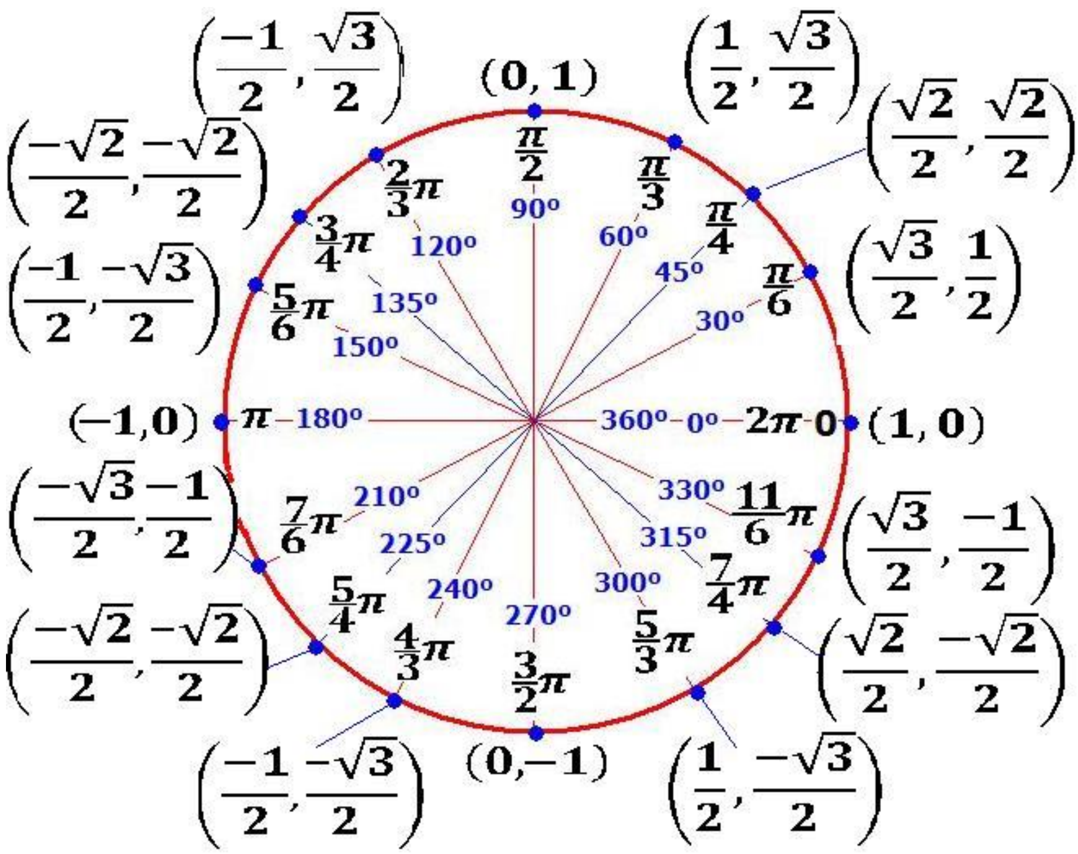
En el desarrollo del estudio del movimiento circular, se puede identificar una característica básica: un movimiento circular uniforme posee dos tipos de velocidades, llamadas velocidad angular (**ω**) y velocidad lineal (**V_L**), relacionadas con los dos desplazamientos asociados a un movimiento circular, la trayectoria circular (Δs) y el desplazamiento angular (Δθ).



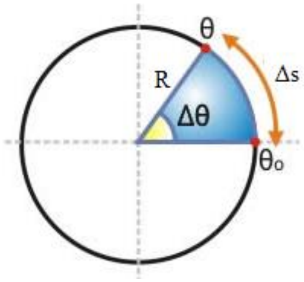
El estudio de los desplazamientos en el MCU es fundamental para comprender el comportamiento de los cuerpos que rotan. En el MCU, la trayectoria descrita por el cuerpo que gira es proporcional al radio y al ángulo que sustiende este arco de circunferencia, es decir, entre más grande es el ángulo, más grande será la trayectoria descrita, tal como muestra la figura.

En el caso del MCU, los ángulo no son medidos en grados, si no que en radianes, que es una medida que relaciona al arco de circunferencia y el radio de giro. Sucede que si Usted divide el arco de circunferencia de un ángulo de 180º en el diámetro de la circunferencia descrita, usted siempre obtiene el mismo valor, que es 3,1416… ese es el llamado numero π, y que es la base para la medida de los ángulos en radianes. Esta relación aplica para cualquier circunferencia.

Considerando esta situación, podemos afirmar que cuando existe un ángulo de 180º, tenemos π[rad]. 90º son $\frac{\pi}{2}$[rad] y una vuelta completa, 360º, son 2π[rad]. Por lo tanto, podemos establecer la siguiente relación entre los grados, radianes y revoluciones, tal que 360º=1[rev]=2π[rad]. A continuación, se entregan varios angulos con su respectiva equivalencia, tanto en ángulos como en ubicación en coordenadas rectangulares.



El desplazamiento angular



Este concepto corresponde a una cantidad vectorial, perpendicular al plano de giro del cuerpo, y que cuantifica la variación de la posición angular (ubicación en [rad]) del cuerpo que gira. Sus unidades son los [rad] y se calcula como $\Delta\theta = \theta f - \theta i$.

Como es posible observar en la figura, existe una relación entre la trayectoria y el desplazamiento angular, ya que $\Delta s = R\Delta\theta$. Esto permite conocer la cantidad de distancia recorrida por el cuerpo que gira sabiendo el radio de giro y el desplazamiento angular, el cual debe estar en radianes.

Antes de seguir, desarrolle los siguientes ejercicios…

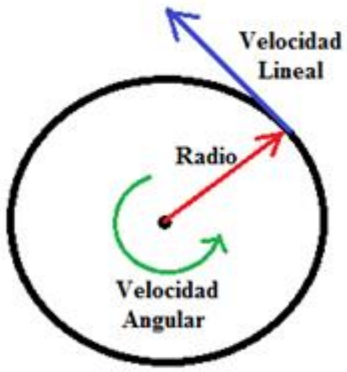
Demuestre que 30º son $\frac{\pi}{6}$[rad] y que $\frac{3\pi}{4}$[rad] son 135º
¿Cuál es el valor del desplazamiento angular cuando un cuerpo que gira cambia su posición angular de 30º a π[rad]?
Una pista de ciclismo tiene un radio medio de 25[m], ¿Cuánta distancia recorre un ciclista que cambia su posición angular de 10º a 160º?. Primero transforme los ángulos y después resuelva.

Velocidad angular y velocidad lineal

Al igual que en el caso de los desplazamientos, en el MCU existen dos tipos de velocidades: la velocidad angular y la velocidad lineal. La velocidad angular corresponde una cantidad vectorial que cuantifica la tasa de variación de la posición angular, llamada desplazamiento angular, en función del tiempo. Sus unidades son los $[\frac{\text{rad}}{s}]$ y se puede calcular como $\omega = \frac{\Delta\theta}{\Delta t}$.

La velocidad lineal corresponde a la definición clásica: distancia divida en tiempo. Sin embargo, en el caso del movimiento circular, la distancia corresponde al arco de circunferencia Δs, por lo que la velocidad lineal, en $[\frac{m}{s}]$, se puede calcular como $V_L = \frac{\Delta s}{\Delta t}$.

Sin embargo, hasta el momento no se observa relación alguna entre las distintas cantidades, por lo que es necesario apuntar a otra ecuación para comprender el comportamiento de ambas cantidades. Recuerde que se planteó la siguiente relación $R\Delta\theta = \Delta s$. Esta ecuación establece que cualquier posición angular puede ser calculada si conocemos el arco de circunferencia y el radio. Utilizando esta relación, se puede establecer que:



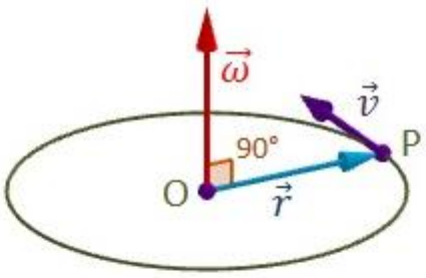
$R\Delta\Theta = \Delta s$

Por lo tanto, si dividimos toda la ecuación en el tiempo, queda

$$\frac{R\Delta\Theta}{\Delta t} = \frac{\Delta s}{\Delta t}$$

Entonces, la correlación entre la velocidad lineal y la velocidad angular en un movimiento circular uniforme es

$$\underline{R\omega = V_L}$$



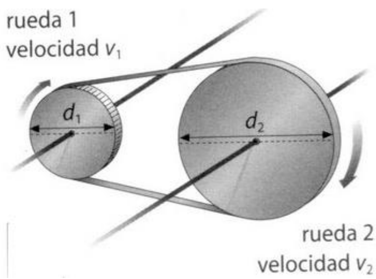
Esto quiere decir que:

- Si la velocidad angular aumenta, la velocidad lineal también lo hace
- La velocidad lineal aumenta en medida que aumenta el radio de circunferencia
- En medida que el radio disminuye, la velocidad angular aumenta

Aplicaciones de las relaciones entre la velocidad angular y lineal

Correas de transmisión

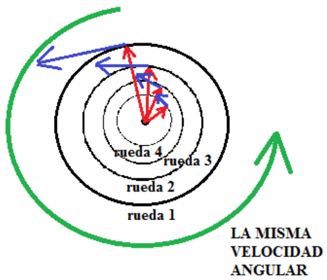
Las correas de transmisión (tales como las cadenas, correas en los vehículos, etc.), como se mueven en la periferia de sistemas en rotación, tienen la función de transmitir la velocidad lineal entre dos sistemas rotacionales distintos.



$$V_{L1} = V_{L2} \rightarrow R_1\omega_1 = R_2\omega_2$$

Engranajes

Los engranajes, los cuales se encuentran superpuestos (como en los piñones de las bicicletas de montaña), tienen la función de mantener la velocidad angular constante en los sistemas rotacionales.

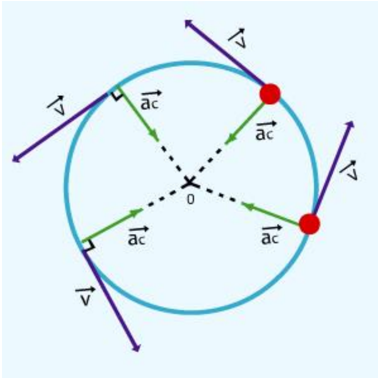


$$\omega_1 = \omega_2 \rightarrow \frac{V_{L1}}{R_1} = \frac{V_{L2}}{R_2}$$

Antes de seguir, resuelva…

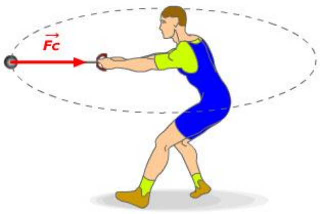
Un cuerpo que gira cambia su posición angular de 45º a 150º en 0,4[s]. Determine la velocidad angular y la velocidad lineal si el radio de giro es de 30[cm]
Un rueda gira a 30[RPM].¿cuál es el valor de su velocidad angular?. Si el valor del radio es de 4[cm], determine su velocidad lineal.
Dos ruedas, de radios 3[cm] y 10[cm] respectivamente, están unidas por una correa de trasmisión. Si la rueda más grande gira a 2,5[RPM], ¿Cuál es la velocidad angular de la rueda pequeña?
Dos engranajes, de 5[cm] y 15[cm] giran a 5[RPM]. Determine la velocidad angular de cada engranaje.

Aceleración y fuerza centrípeta



Estudiando los cuerpos que están MCU, se puede observar que estos constantemente cambian la dirección de su velocidad lineal, pero pueden mantener invariable su velocidad angular. Este efecto se debe a la presencia de una fuerza que mantiene al cuerpo girando, lo cual genera una aceleración que corresponde al cambio de la dirección de la velocidad lineal, llamada aceleración centrípeta.

La aceleración centrípeta (que significa "hacia el centro") corresponde a un vector que representa el cambio de la dirección de la velocidad lineal del cuerpo que rota. Sus unidades corresponden a los $\left[\frac{m}{s^2}\right]$, y se puede calcular como $a_c = \frac{V_L^2}{R}$ o $a_c = R\omega^2$, según los datos que se posean.



fuerza centrípeta

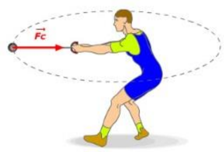
A partir de la Segunda Ley de Newton, se establece que toda aceleración es generada por una fuerza. Esta fuerza que mantiene al cuerpo girando es denominada fuerza centrípeta, ya que apunta hacia el centro, al igual que la aceleración centrípeta. Comúnmente es confundida con la pseudofuerza llamada fuerza centrífuga, concepto que no existe, ya que esta "fuerza" es solo la proyección de la velocidad lineal del cuerpo que gira. Este efecto nos hace creer que existe alguna interacción asociada al movimiento circular.

Las fuerzas centrípetas son vectores cuya magnitud es posible establecer como

$$F_c = ma_c \rightarrow F_c = \frac{mV_L^2}{R} \; o \; F_c = mR\omega^2$$

según corresponda.

Para finalizar, resuelva…



fuerza centrípeta

El hombre de la figura hace rotar el martillo con una velocidad angular de 5[RPM] . El radio de giro es de 1,2[m] y su masa es de 3[kg]. En esta situación, determine:

a) *La velocidad angular en [rad/s]*
b) *La velocidad lineal del martillo*
c) *La aceleración centrípeta del martillo*
d) *La fuerza centrípeta sobre el martillo*