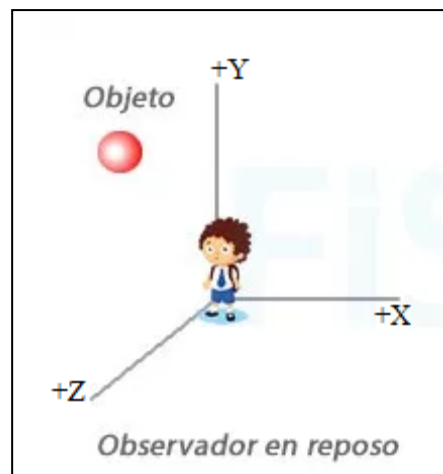


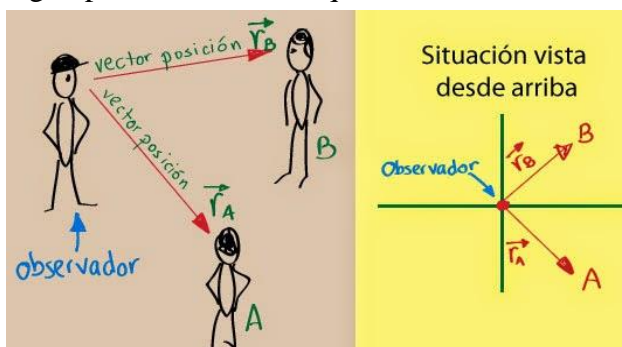
Vectores y movimiento

El movimiento debe ser uno de los fenómenos más comunes de la naturaleza. Su estudio ha estado presente desde los tiempos griegos, y ha sido fuente de discrepancia entre grandes mentes de la humanidad. De hecho, una de las discusiones del movimiento ha sido si es que la tierra se movía alrededor del Sol, discusión que duró casi dos milenios.

¹ Para comenzar, hay que destacar que el movimiento es un fenómeno relativo, es decir, que la percepción de movimiento de un observador se ve afectado por el estado de movimiento del mismo. Por ejemplo, consideremos el efecto de movimiento cuando se viaja en microbús por la avenida España hacia el puerto de Valparaíso: si vemos los buques en reposo (a la gira) en el mar, nuestro movimiento nos hace percibir que ellos se mueven con nosotros, este es un efecto de la relatividad. Otro ejemplo es cuando nos movemos en el metro: una persona fuera del tren ve que éste se acerca a la estación, mientras quien va dentro del mismo observa que la estación se acerca al tren. Este espectacular efecto ha sido controversial a través de los años. Galileo Galilei logró simplificar este concepto, aplicando lo que se llama observador inercial, al cual se le asigna el sistema de coordenadas, ubicándolo en el punto (0,0) en un plano cartesiano.



Este observador inercial permite definir y medir las distancias, velocidades y aceleraciones de un movimiento que sucede en la naturaleza. Sin este sistema coordenado, la medición se relativiza, dejando la percepción subjetiva de las personas que participan en el movimiento las cantidades que lo definen. De forma simple, el sistema coordenado no permite definir cómo vamos a medir, e incluso asignar signos a las cantidades, por ejemplo, la velocidad de una automóvil que avanza sería de signo positivo, mientras que si retrocede sería negativa.



Siguiendo esta línea, desde el observador se pueden dibujar flechas que permiten, por ejemplo, establecer la posición de dos cuerpos que se mueven. Estas flechas, en física, se denominan **vectores**, los cuales poseen tres características básicas: su magnitud, su dirección y su sentido.

Los vectores y los escalares

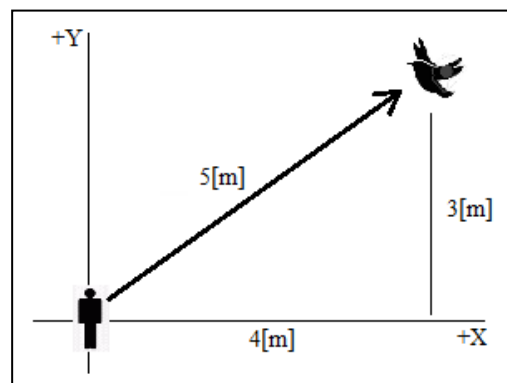
Un vector es una flecha que posee magnitud, dirección y sentido, tal como hemos definido anteriormente. Un escalar es una cantidad física que no posee dirección ni sentido, solo una magnitud (un número más una unidad). Ejemplos de cantidades escalares son el tiempo, la masa, la temperatura.

¹ Original disponible en <http://wikisabio.com/sistemas-de-referencia/>

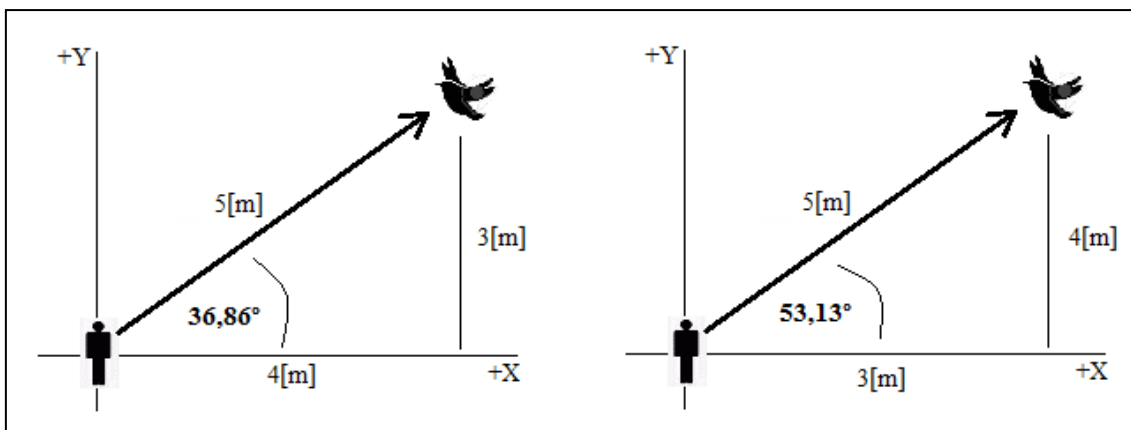
El vector, que se representa mediante una flecha, se define como una cantidad física más compleja, ya que depende de tres factores, los cuales son:

- **La magnitud vectorial:** Corresponde al tamaño del vector. Es la parte escalar del vector, ya que el vector puede ser medido en [m], [m/s], [N]. esta cantidad es posible calcularla mediante la aplicación del teorema de Pitágoras, tal como lo muestra la figura.

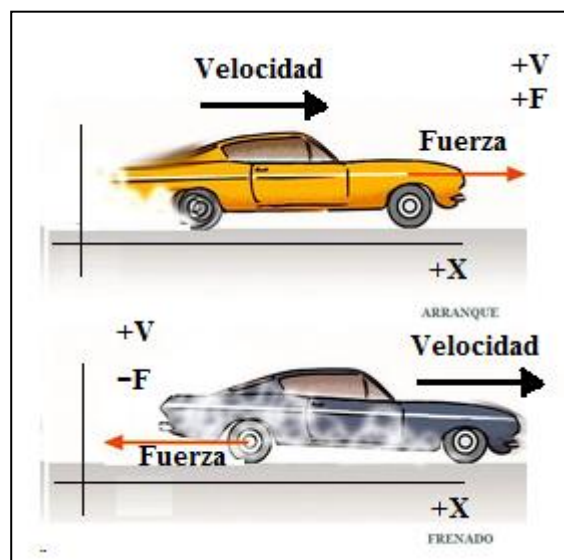
$$\begin{aligned} \text{si } a = 4[m] \text{ y } b = 3[m], \text{ entonces } c^2 &= a^2 + b^2 \\ c^2 &= (4[m])^2 + (3[m])^2 = 16[m^2] + 9[m^2] = 25[m^2] \\ \therefore c &= \sqrt{25[m^2]} = 5[m] \end{aligned}$$



- **La dirección vectorial:** corresponde al ángulo de inclinación del vector estudiado. Nótese que los vectores pueden tener mismo valores en su magnitud, pero no la misma dirección. Por ejemplo, tomando el ejemplo anterior, el observador puede estar a 4[m] de distancia del pájaro, mientras este vuela a 3[m] de altura, por lo que la distancia entre él y el ave es de 5[m]. Sin embargo, el el observador puede estar a 3[m] de distancia del pájaro, mientras este vuela a 4[m] de altura, por lo que la distancia entre él y el ave sigue siendo de 5[m], pero el ángulo de inclinación cambio. Esto hace que la dirección sea importante a la hora de definir un vector.



- **Sentido vectorial:** Indica el signo del vector, es decir, donde apunta el vector estudiado. De ahí que los ejes X, Y, Z tengan signos: esto es para definir si apunta a la derecha o izquierda, arriba o abajo. Por ejemplo, un cuerpo puede moverse a la derecha, y si se aplica una fuerza en esa misma dirección (+X), aumentará su velocidad. En caso contrario, disminuiría la velocidad del móvil.



Antes de seguir...resuelva los siguientes ejercicios

Una joven observa una manzana que cuelga de una rama. La rama se encuentra a 10[m] del suelo, mientras que la joven se encuentra a 12[m] del árbol. ¿Cuál es la distancia que separa la joven de la manzana?

Una plaza rectangular de juegos posee una diagonal de 500[m]. Si uno de sus lados mide 300[m], ¿Cuál es el valor de su otro lado?

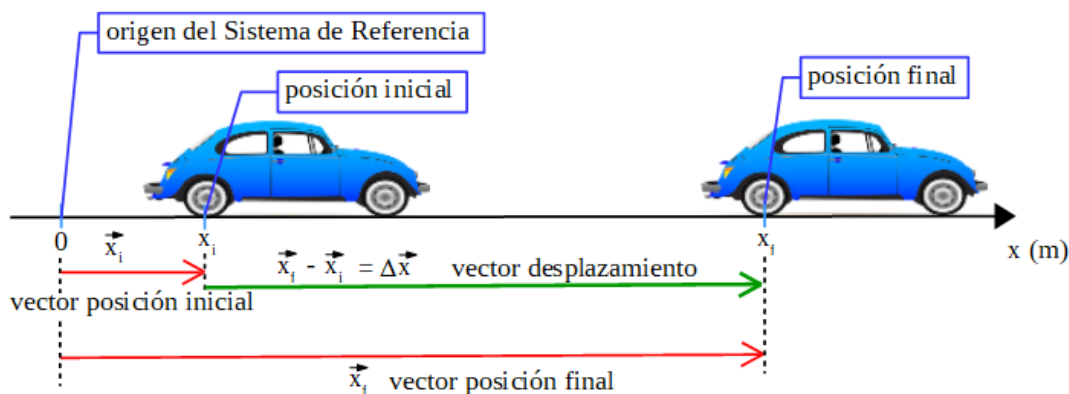
A un soldador le piden hacer un rectángulo de 10[m] de diagonal. Si uno de sus lados mide 8[m], ¿Cuál es el valor del segundo lado?

Los vectores del movimiento

Una de las características más importantes de la física newtoniana (en honor a Isaac Newton) es describir los fenómenos naturales en lenguaje matemático, lo cual permite describir y pronosticar el comportamiento de un cuerpo que se mueve. Para escribir en lenguaje matemático, se debe considerar el comportamiento de las cuatro cantidades vectoriales del movimiento, las cuales son el desplazamiento, la velocidad, la aceleración y la fuerza.

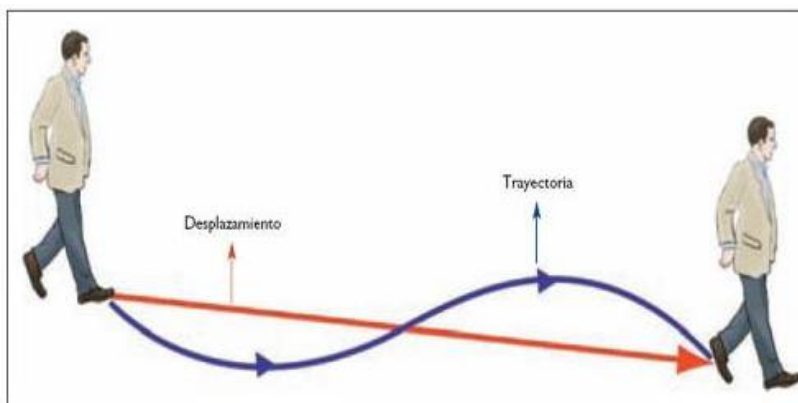
Primer vector del movimiento: Desplazamiento

Este vector representa la menor distancia entre el punto de partida y el punto de llegada de un movimiento. Es un vector que se mide en [m] y se define mediante la ecuación $\vec{\Delta x} = \vec{x}_f - \vec{x}_i$. En esta ecuación se puede establecer que el símbolo Δ corresponde a una variación (estado final menos estado inicial), que la posición se representa con la letra X (o Y en caso de posición vertical) y que los vectores se identifican con una letra y una flecha arriba.



2

Este vector es fundamental para definir el movimiento, ya que establece la cantidad de metros recorridos. Sin embargo, pueden existir desplazamientos iguales a 0[m], como por ejemplo cuando uno camina en círculos. Esto se debe a que existe el concepto de trayectoria (ΔS), que corresponde al camino recorrido en un movimiento. Esta cantidad, que es un escalar, se mide también en metros y nunca puede ser menor que el desplazamiento, ya que éste representa la menor distancia entre dos puntos.



² Original disponible en

<http://aulasvirtuales2.uruguayeduca.edu.uy/mod/book/view.php?id=21616&chapterid=5075>

Ejercicio resuelto paso a paso

Un gato, en su movimiento, recorre 20[m] al norte, 6[m] al oeste y finalmente 12[m] al sur. En esta situación dibuje el movimiento del gato y determine el desplazamiento y la trayectoria del felino.

	<p>Considerando que cada cuadrado es de 2[m] por 2[m], podemos dibujar la trayectoria del gato durante su movimiento. Sabiendo que la trayectoria de un movimiento es el camino recorrido podemos establecer que la trayectoria es</p> $\Delta S = 20[m] + 6[m] + 12[m]$ $\Delta S = 38[m]$ <p>Es decir que el gato camino, si o si, 38[m].</p>
	<p>Ahora, el cálculo de desplazamiento, vector mostrado en la figura, es un poco más complejo. Debido a que el desplazamiento es un vector, por lo que su magnitud debe ser calculada mediante el teorema de Pitágoras, debemos definir los lados. El lado horizontal es de 6[m], mientras que el lado vertical es de 8[m], ya que el gato se movió 20[m] al norte (+20[m]) y se devolvió 12 [m] al sur (-12[m]). Por lo tanto</p> $a = 20[m] - 12[m] = 8[m]$
	<p>Teniendo los valores de los catetos (o lados) del vector, podemos aplicar el teorema de Pitágoras para calcular el desplazamiento, de forma</p> <p>si $a = 8[m]$ y $b = 6[m]$, entonces $c^2 = a^2 + b^2$ $c^2 = (8[m])^2 + (6[m])^2$ $= 64[m^2] + 36[m^2]$ $= 100[m^2]$ $\therefore c = \sqrt{100[m^2]} = 10[m]$</p> <p>Por lo tanto $\vec{\Delta x} = 10[m]$. Esto quiere decir que el gato a pesar de caminar 38[m], solo se movió desde su posición de origen 10[m].</p>

Segundo vector del movimiento: la velocidad

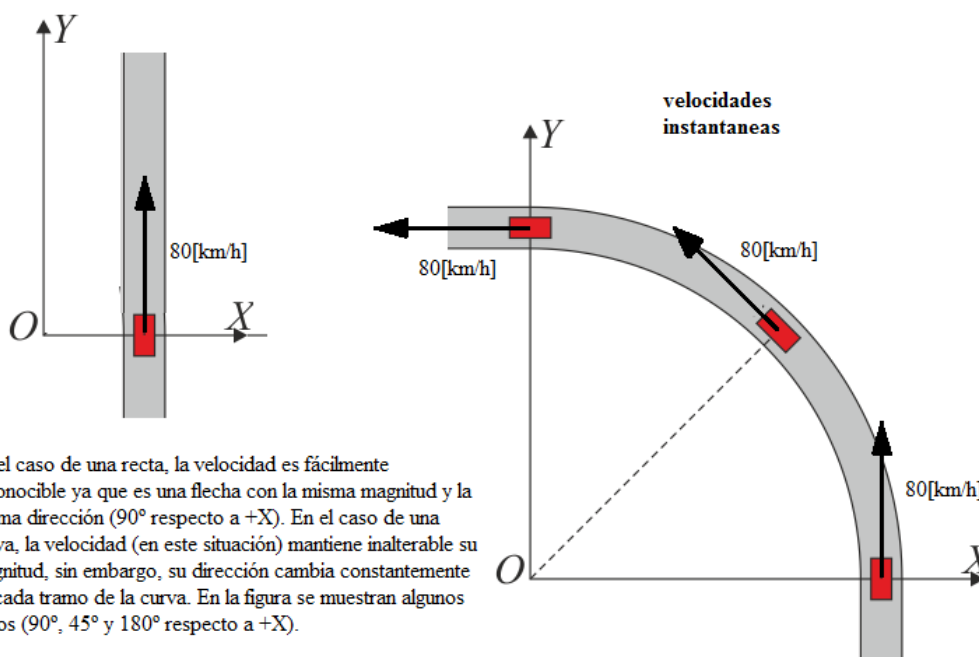
Este vector, ampliamente conocidos por todos, corresponde al cambio de posición (desplazamiento) en función del tiempo. La magnitud de este vector corresponde a los $\left[\frac{m}{s}\right]$, y se puede calcular aplicando la ecuación

$$\vec{v} = \frac{\Delta \vec{x}}{\Delta t} = \frac{\vec{x}_f - \vec{x}_i}{\Delta t}$$

La velocidad es un vector que indica, de alguna forma, la dirección del movimiento. Puede tener valores positivos y negativos, como el desplazamiento, y además nos permite establecer el tiempo necesario para cubrir una distancia determinada o cuanto podemos avanzar en un tiempo determinado (ya que la velocidad también es conocida por la ecuación $Velocidad = \frac{distancia}{tiempo}$). Sin embargo, existen algunos casos especiales que debemos definir para no confundirnos al aplicar este vector.

Caso especial uno: velocidad instantánea

Si consideramos un vehículo que avanza hacia adelante, es fácil dibujar el vector velocidad, ya que sería una flecha apuntando hacia adelante. Sin embargo, en el caso de una curva, este vector velocidad cambia constantemente, ya que su dirección se altera y cualquier modificación en una característica del vector, genera un vector nuevo. En esta situación, tal como muestra la figura, se denomina velocidad instantánea, ya que el vector velocidad cambia en cada instante su dirección, pudiendo mantener inalterada su magnitud. Esto quiere decir que un auto puede tomar una curva a una velocidad de 80[km/h] durante toda una curva, sin embargo, posee varios vectores velocidad de magnitud 80[km/h] pero con distintas direcciones. Cada uno de estos vectores es llamado velocidad instantánea.

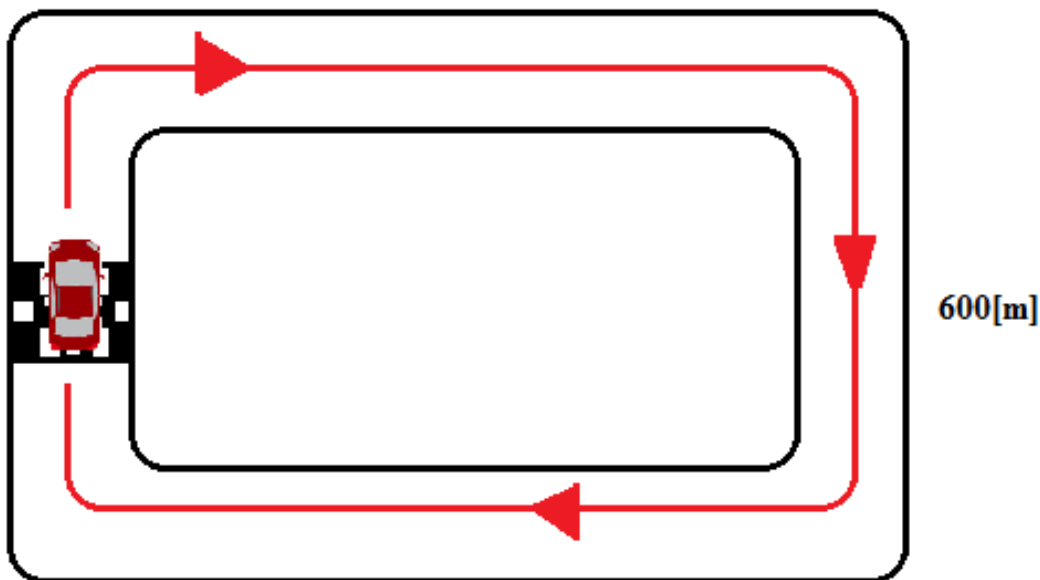


Caso especial dos: rapidez media

La rapidez media, señalada con el símbolo \bar{V} , corresponde al cociente del camino recorrido y el tiempo empleado en recorrerlo. La rapidez media se mide en $[\frac{m}{s}]$ al igual que la velocidad, sin embargo, esta cantidad es un escalar, ya que no posee una dirección vectorial asociada. Debido a que depende de la trayectoria (cantidad escalar) esta cantidad representa la cantidad de metros recorridos por segundo en cualquier dirección, lo cual nos permite establecer los tiempos de viaje. Por ejemplo, si consideramos que un automóvil viaja a 120[km/h] (33,3[m/s]), el viaje desde Valparaíso a Santiago demora alrededor de 1,5[h]. Sin embargo, sabemos que el camino entre estas dos ciudades dista mucho de ser una línea recta, ya que tiene curvas, subidas y bajadas. Por lo tanto, la división entre la distancia y el tiempo estaría considerando la trayectoria (camino recorrido) y no el desplazamiento (vector entre Valparaíso y Santiago). Es por esto que la rapidez media es un escalar. Nótese que si se camina en círculos, la velocidad debería dar 0[m/s], mientras que la trayectoria sería el perímetro (camino recorrido) dividido en el tiempo, lo cual sería distinto de 0[m/s].

El cálculo de la rapidez media se puede realizar aplicando la ecuación $\bar{V} = \frac{\Delta S}{\Delta t}$.

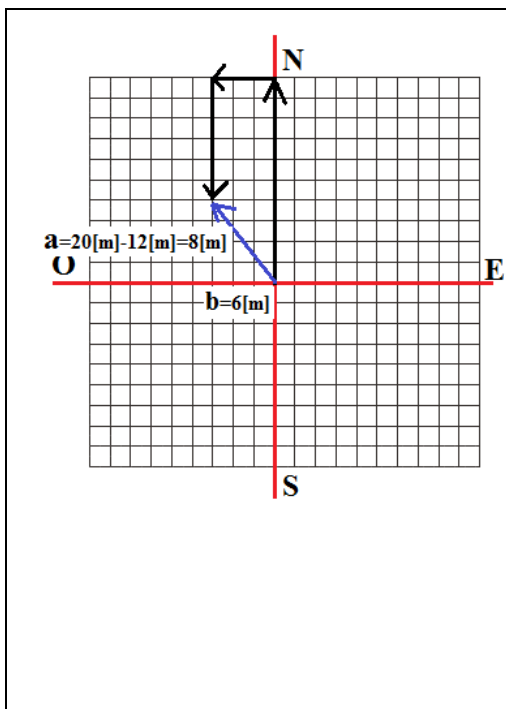
800[m]



Consideremos un automóvil en un carrera. Este vehículo demora 1,5[**min**] (90[**s**]) en dar una vuelta completa. En esta situación, su velocidad sería de 0[m/s], ya que su desplazamiento es 0[m] (empieza y termina en el mismo lugar). Su rapidez media sería de 31,11[m/s] (102,66[km/h]), ya que se considera el camino recorrido (2800[m]). ¿Puedes llegar a estos resultados aplicando las ecuaciones?

Paso a paso, segunda parte...

Un gato, en su movimiento, recorre 20[m] al norte, 6[m] al oeste y finalmente 12[m] al sur. En esta situación dibuje el movimiento del gato y determine el desplazamiento y la trayectoria del felino. Calcule además su velocidad y rapidez media, sabiendo que demoró 5[*min*] en recorrer ese trayecto.



De la resolución anterior, sabemos que la trayectoria (ΔS) del gato es de 38[m], mientras que su desplazamiento ($\overrightarrow{\Delta x}$) es de 10[m]. si consideramos que demoró 5[*min*], transformamos las unidades para dejar todo en sistema MKS.

$$5[\text{min}] \left(\frac{60[\text{s}]}{1[\text{min}]} \right) = 300[\text{s}]$$

Por lo tanto, los cálculos de velocidad y rapidez media serian

$$\vec{v} = \frac{\overrightarrow{\Delta x}}{\Delta t} = \frac{10[\text{m}]}{300[\text{s}]} = 0,033 \left[\frac{\text{m}}{\text{s}} \right]$$

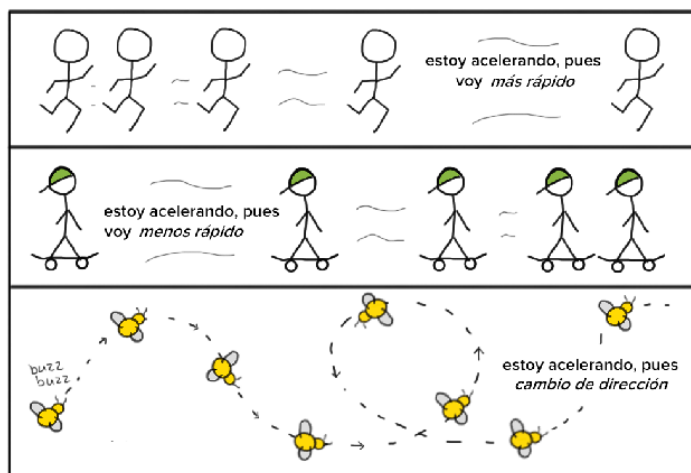
$$\bar{v} = \frac{\Delta S}{\Delta t} = \frac{38[\text{m}]}{300[\text{s}]} = 0,126 \left[\frac{\text{m}}{\text{s}} \right]$$

Tercer vector del movimiento: la aceleración

3

La aceleración corresponde a un vector que representa el cambio de la velocidad (tanto en magnitud, dirección o sentido) en función del tiempo. Este vector puede ir a favor del movimiento (aumento de velocidad) o en contra del movimiento (disminución de la velocidad). Este vector posee una magnitud cuyas unidades son los $\left[\frac{\text{m}}{\text{s}^2} \right]$. La ecuación para calcular la aceleración es

$$\vec{a} = \frac{\Delta \vec{v}}{\Delta t} = \frac{\vec{v}_f - \vec{v}_i}{\Delta t}$$



³ Original disponible en <https://es.khanacademy.org/science/physics/one-dimensional-motion/acceleration-tutorial/a/what-are-acceleration-vs-time-graphs>

⁴ Además de los casos de aumento/disminución de la velocidad, los cuales tiene directa relación el signo de la aceleración (+ para aceleración, - para freno, respecto al movimiento), existe el caso cuando $\vec{a} = 0 \left[\frac{m}{s^2} \right]$: en este caso, la variación de velocidad es 0[m/s], es decir que la velocidad final es la misma que la inicial. Este caso se denomina velocidad constante, ya que la velocidad no se altera, pudiendo esta en reposo (0[m/s]) o en movimiento rectilíneo uniforme (movimiento con velocidad constante distinta de 0[m/s]).



Cuarto vector del movimiento: La fuerza

Este vector, en cinemática, no es considerado en absoluto, sin embargo, es importante para relacionar el movimiento y el origen de este fenómeno. La fuerza corresponde a un vector que representa la interacción del sistema con otro sistema o su entorno. Es decir, representa a aquellos que altera el estado de movimiento del cuerpo.

La fuerza es un vector que posee unidades de Newtons, en honor a Isaac Newton, de quien ya deben haber escuchado. Newton inició el estudio del movimiento, integrando los tres primeros vectores para describir el movimiento, mientras que agregó el cuarto para explicar el origen y evolución del movimiento. Debido a que en este curso después estudiaremos las Leyes de Newton, en esta ocasión solo nos remitiremos a dibujarlo en función de los demás vectores del movimiento.

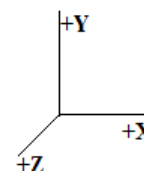


Apliquemos a algunas situaciones de movimiento

Dibuje los cuatro vectores del movimiento en las siguientes situaciones


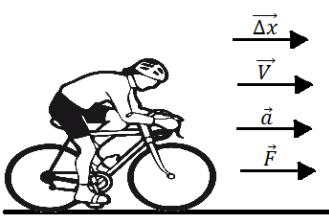

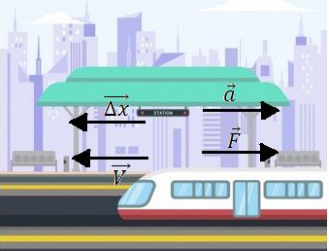

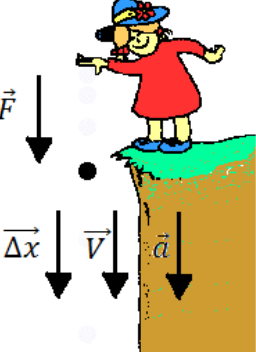
- Un ciclista saliendo de la partida*
- Un tren llegando a la estación*
- Una piedra cayendo al fondo de un risco*

Solución:



Para dibujar, primero se mostrará la situación sin vectores, después con vectores y finalmente la explicación, siempre considerando un sistema cartesiano como el de la figura, tal como lo muestra la tabla a continuación

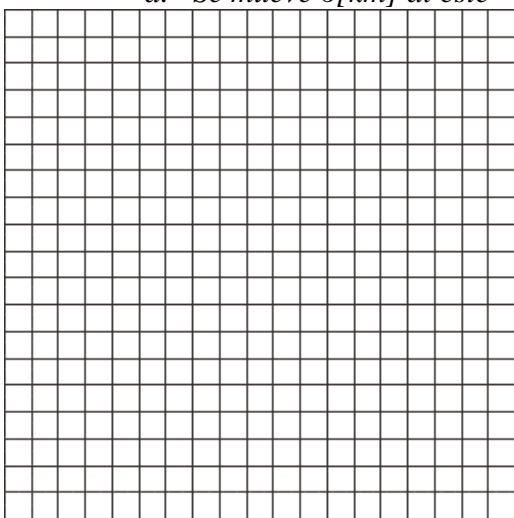
⁴ Original disponible en <http://blog.elinsignia.com/2017/06/24/concepto-de-aceleracion/>

Sin vectores	Con vectores	Explicación
		<p>Considerando que el punto (0,0) está en la partida, se puede afirmar que todos los vectores apuntan hacia adelante ya que el movimiento va hacia +X, El desplazamiento apunta hacia +X debido al aumento de la posición final; la velocidad apunta hacia +X debido a que respecto a la partida la posición final va en aumento a medida que pasa el tiempo; la aceleración es positiva ya que la velocidad aumenta y la fuerza, que es la genera el movimiento, va hacia +X, ya que es la reacción del suelo a que la rueda lo empuje hacia atrás.</p>
		<p>Considerando que el punto (0,0) está en la estación, el desplazamiento es negativo ya que la posición final es menor que la posición inicial; la velocidad es negativa, ya que posición final es menor que la posición inicial a medida que pasa el tiempo; la aceleración es positiva, ya que se opone al movimiento, disminuyendo la velocidad y la fuerza generada por los frenos, que se oponen al movimiento, apunta hacia +X.</p>
		<p>Considerando que el punto (0,0) está en la niña, todos los vectores apuntan hacia abajo (-Y). El desplazamiento aumenta hacia -Y, al igual que la velocidad de la piedra, la aceleración apunta hacia abajo ya que la velocidad va en aumento, y la fuerza que atrae a la piedra (gravedad) apunta siempre hacia abajo</p>

¿Puedes encontrar alguna relación entre los vectores del movimiento? ¡Anótalas para que no se te olviden!

Ejercicios

- a) *Dibuja los vectores del movimiento en las siguientes situaciones*
- Un caballo saliendo de la línea de partida*
 - Un paracaidista cayendo desde un avión en vuelo*
 - Una pelota cayendo desde un edificio*
 - La misma pelota después de rebotar en el suelo*
- b) *Un maratonista completa el siguiente recorrido en un tiempo de 2 horas y 35 minutos. En esta situación, dibuje en un plano el movimiento del atleta y calcule su desplazamiento, trayectoria, velocidad y rapidez media, sabiendo que:*
- Se mueve 3[km] al norte*
 - Se mueve 5[km] al este*
 - Se mueve 7[km] al sur*
 - Se mueve 6[km] al este*



- c) *Una hormiga realiza los siguientes movimientos:*
- Se mueve 50[cm] al sur en 50[s]*
 - Se mueve 0,7[m] al oeste en 1,4[min]*
 - Se mueve 120[cm] en 3[min]*

En esta situación, dibuje el movimiento de la hormiga y calcule su desplazamiento, trayectoria, velocidad y rapidez media

